Analiza 2 – Inżynieria Biomedyczna

Z_7

1. Wyznaczyć promień oraz przedział zbieżności szeregów potęgowych

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2n+1}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(6-2x)^n}{3^n+2^n}$ c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n \ln n}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 4^n (x-1)^{n+2}}{\sqrt{n^3+5}}$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n+7^n}$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^{2n+3}}{4^n+7n}$ g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3x^2)^n}{\sqrt{n}}$ h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x^4)^n}{9^n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n}$

2. Wykorzystując własności szeregu geometrycznego,

twierdzenia o różniczkowaniu i całkowaniu szeregów oraz równości

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\ln|1-x| = \ln \frac{1}{|x-1|}$ dla $x \in [-1,\ 1)$,

$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$ dla $x \in (-1,\ 1)$

wyznaczyć sumy szeregów potęgowych oraz ich przedziały zbieżności

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{3^{n-1}}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

g) $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$ h) $\sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^n$ i) $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(x+1)^n$

3. Obliczyć sumy szeregów liczbowych:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 4^n}$ c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)}{3^n}$ d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)}{3^n}$