

1. Wykazać, że następujące szeregi są rozbieżne

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2} \quad \text{b) } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n}{n} \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{n}{n+1}\right) \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(3n+1)}$$

2. Wykazać, że następujące szeregi są zbieżne

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2) \cdot 3^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2 \cdot \sqrt[3]{n+1}} \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin\left(\frac{n^2}{n^3+1}\right)}{2^n} \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$$

3. Zbadać zbieżność szeregów

$$\begin{aligned} \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{7^n} & \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^3 \cdot n!}{n^n} & \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)! n^n}{(2n)! 3^n} & \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{e^n + 3^n} \\ \text{e) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2} & \quad \text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n^{n^2}}{(n+1)^{n^2}} & \quad \text{g) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n} & \quad \text{h) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(2n)!} \end{aligned}$$

4. Zbadać zbieżność oraz zbieżność bezwzględną szeregów

$$\begin{aligned} \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{n^3 + 1} & \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-6)^n}{6^n + 4^n} & \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \sin \frac{1}{n} \\ \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n!} & \quad \text{e) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \ln n} & \quad \text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n \end{aligned}$$

5. Korzystając z warunku koniecznego zbieżności szeregów, uzasadnić równości

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^8}{3^n} = 0 \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n}{n!} = 0 \quad \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{n^n} = +\infty$$