

1. Obliczyć całkę potrójną

- (a) $\iiint_{\bar{V}} \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$ gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y+z \leq 1\}$;
- (b) $\iiint_{\bar{V}} e^{x+y+z} dxdydz$ gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : x \leq 0, -x \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq -x\}$;
- (c) $\iiint_{\bar{V}} x^2(x+y)(x+y+z)^2 dxdydz$ (wykorzystać zamianę zmiennych)
gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, 1 \leq x+y \leq 2, 2 \leq x+y+z \leq 3\}$;
- (d) $\iiint_{\bar{V}} \sqrt{x^2+y^2} dxdydz$, gdzie \bar{V} – bryła ograniczona stożkiem $z = \sqrt{x^2+y^2}$
i płaszczyzną $z = 1$;
- (e) $\iiint_{\bar{V}} (x+z) dxdydz$, gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2+4y^2} \leq z \leq 2\}$;
- (f) $\iiint_{\bar{V}} (x^2+y^2+1) dxdydz$ gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : x^2+y^2 \leq 2z \leq 4\}$;
- (g) $\iiint_{\bar{V}} z\sqrt{x^2+y^2} dxdydz$ gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : x^2+y^2+z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \leq 0\}$;
- (h) $\iiint_{\bar{V}} \frac{2z}{x^2+y^2+z^2+4} dxdydz$, gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : x \leq 0, z \leq 0, 2 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4\}$;
- (i) $\iiint_{\bar{V}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} dxdydz$ gdzie $\bar{V} = \{(x, y, z) : x^2+y^2+z^2 \leq 2z\}$.

2. Przy pomocy całki potrójnej obliczyć objętość bryły

- (a) obrotowej powstałej przez obrót wokół osi OZ krzywej $x = \cos z$ dla $z \in \left[\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$;
- (b) obrotowej powstałej przez obrót wokół osi OZ krzywej $z = \sin x$ dla $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$;
- (c) wyciętej z kuli $x^2+y^2+z^2 \leq 2$ przez stożek $z = \sqrt{x^2+y^2}$;
- (d) $V = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq e^4 - e^{x^2+y^2}, x+y \geq 0\}$;
- (e) $V = \{(x, y, z) : x^2+y^2 \leq z \leq 4-y^2\}$.

3. Wyznaczyć środek masy

- (a) jednorodnego stożka: $2\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 2$;
- (b) jednorodnej bryły $\bar{V} = \{(x, y, z) : z \geq 0, 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4\}$.